

第二周作业(0917)

1. 证明: 性质1.4.2

1) 设 (X, d) 为一度量空间, $(Y, d|_Y)$ 为其子空间. 如果 $(Y, d|_Y)$ 是完备的, 那么 Y 是 X 中的闭集;

2) 设 (X, d) 为一完备度量空间, Y 是 X 中的闭子集, 则 $(Y, d|_Y)$ 也是完备的.

2. 证明: 性质1.5.1

设 (X, d) 为一紧度量空间, 则 (X, d) 有界且完备.

3. 证明: 定理1.5.4

设度量空间 (X, d) , Y 是 X 的子集. 则 Y 是紧的当且仅当 Y 的任一开覆盖都有有限子覆盖.

4. 证明: 定理1.5.3(Heine-Borel 定理)

设 E 是欧氏空间 (\mathbb{R}^n, d) 的子集. 则 E 是紧的当且仅当 E 是有界闭集.

5. 思考: 任何一个不完备度量空间都可以完备化(可阅读有理数系的完备化材料).